第５章　産業連関分析のための各種係数の内容と計算方法

第１節　投入係数

1　投入係数の計算方法

「投入係数（input coefficients)」とは、各部門において１単位の生産を行うために使用した原材料、燃料等の大きさを示したものである。これは、各部門における原材料、燃料等の投入額を、その部門の国内生産額で除したものであり、生産原単位に相当するものである。投入係数を部門別に計算して一覧表にしたものが「投入係数表」である。

国民経済を単純化し、部門１及び部門２だけからなるものと仮定した場合、取引基本表は、第５－１図のように表現することができる。

第５－１図　取引基本表（ひな型１）

	部門１	部門２	最終需要	国内生産額
部　門　1	x_{11}	x_{12}	F_1	X_1
部　門　2	x_{21}	x_{22}	F_2	X_2
粗付加価値	V_1	V_2		
国内生産額	X_1	X_2		

ただし

需給均衡式（総需要と総供給の均衡）

$$\begin{cases} x_{11}+x_{12}+F_1=X_1 \\ x_{21}+x_{22}+F_2=X_2 \end{cases}$$

収支均衡式

$$\begin{cases} x_{11}+x_{21}+V_1=X_1 \\ x_{12}+x_{22}+V_2=X_2 \end{cases}$$

ここで、部門１が部門１から投入した額 x_{11} を部門１の国内生産額 X_1 で除した値を a_{11} とすれば、a_{11} は部門１の生産物を１単位生産するために必要な部門１からの投入額を表す。

$$a_{11}=\frac{x_{11}}{X_1} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad ①$$

同様に、$a_{21}=x_{21}/X_1$ は、部門１がその生産物を１単位生産するために部門２から投入した原材料等の額を表している。

中間投入と同様に、部門１の発生粗付加価値 V_1 をその国内生産額で除して、$v_1=V_1/X_1$ を定義できる。

この場合、粗付加価値 V_1 が、部門１の労働や資本など本源的生産要素の投入を意味するから、v_1 はそれら生産要素の投入原単位を示していると考えることができる。

以上の手続きを部門２（図の第２列）についても同様に行うと、次のような投入係数表を求めることができる（第５－２図)。

第５－２図　投入係数表（ひな型）

	部門１	部門２
部　門　1	a_{11}	a_{12}
部　門　2	a_{21}	a_{22}
粗付加価値	v_1	v_2
国内生産額	1.0	1.0

(注)

$$a_{ij}=\frac{x_{ij}}{X_j}$$

$$v_j=\frac{V_j}{X_j}$$

投入係数表は、各部門においてそれぞれ１単位の生産を行うために必要な原材料等の大きさを示したものであり、いわば生産の原単位表とも言うべきものである。各部門で粗付加価値部分まで含む投入係数の和は、定義的に 1.0 となる。これを平成 17 年表の 13 部門の取引基本表について計算したのが、第２章〔資料２〕1－(2)表である。

例えば、表頭の農林水産業をタテ方向にみると、農林水産業が１単位の生産を行うに当たって、農林水産業自身からは 0.124901 単位、製造業からは 0.194886 単位などの原材料等が中間投入されており、全体としては 0.471563 単位の中間投入が必要であったこと、また、その生産の結果として 0.528437 単位の粗付加価値が新たに生み出されたことを読み取ることができる。

(注) ここでいう「単位」は、本来、重量、個数等の物量単位であることが望ましいが、産業連関表は単位の異なる様々な商品を統一的に記述するため、金額によって表示しており、そこから計算される投入係数は、対象年次の価格で評価された金額ベースの投入係数である。

ところで、今、Ａ商品 100 円を生産するためにＢ商品を 50 円投入したとする。もし、すべての商品の価格が数量×単価で表せるものとすると、これは、「１円で買える量のＡ商品」100 個を生産するために、「１円で買える量のＢ商品」50 個を投入した、と考えることができる。すべての産業の生産数量を１円（又は１ドル、100 万円等の同一金額）価値相当の数量を単位として、その物量を評価し、各産業の生産単位を比較可能にしたものを「円価値単位」の産業連関表という。そのとき基準年の「円価値単位」による評価は名目金額そのものとなり、比較年に基準年の

「円価値単位」を適用すれば、基準時表の円価値相当で評価した「実質評価」となる。

2　投入係数の意味

(1)　投入係数による生産波及の測定

次に、投入係数がどのような意味を持っているかについて、前記の第５－１図及び第５－２図を用いて考えてみることとする。

今、部門１に対する需要が１単位だけ増加したものとすると、部門１は、その１単位の生産を行うために、当然、原材料等が必要となり、部門１は、その投入係数に従って、部門１及び部門２に対して、それぞれ a_{11} 単位及び a_{21} 単位の原材料等の中間需要を発生させる。これが第１次の生産波及である。そして、需要を受けた部門１及び部門２は、それぞれ a_{11} 単位及び a_{21} 単位の生産を行うに当たって、さらにそれぞれの投入係数に従って第２次の生産波及を引き起こす。このような生産波及の過程は、無限に続けられ、その結果としての究極的な各部門の国内生産額の水準は、各次の生産波及の総和として計算することができる。

このように投入係数は、ある部門に対して一定の最終需要が発生した場合、究極的にみて各部門の生産をどれだけ誘発するかを測定する鍵となるものである。

しかし、実際の計算において、生産波及の各過程をその都度追跡し、計算することは事実上不可能であり、また、実際的なことでもない。そこで、このような生産波及計算を簡略化するために、後述する逆行列係数が用意されるが、その前提として、まず、生産波及の過程について述べることとする。

(2)　生産波及の数学的計算

前記の第５－１図について、数式を用いてヨコの需給バランス式を求めると、次のとおりとなる。

$$\left.\begin{array}{l} x_{11}+x_{12}+F_1=X_1 \\ x_{21}+x_{22}+F_2=X_2 \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

①式と同様に a_{21}、a_{12}、a_{22} を計算して②式に代入して変形すると、

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}X_1+a_{12}X_2+F_1=X_1 \\ a_{21}X_1+a_{22}X_2+F_2=X_2 \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

となる。

③式にみられるとおり、最終需要と国内生産額との間には、一定の関係が存在しており、その関係を規定しているのが「投入係数」ということになる。

また、③式を行列表示すると

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$$

となる。

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

を投入係数行列という。

③式の連立方程式の最終需要 F_1 及び F_2 に具体的な数値を与えれば、これを解くことによって、最終需要を過不足なく満たすための国内生産額を求めることができる。この計算により、(1)で述べたような生産波及効果の結果としての部門１及び部門２の国内生産額の水準を計算したことになる。

ある部門に対する需要の増加は、その部門が生産を行うに当たって原材料、燃料等を各部門から投入する必要があるため、その部門だけではなく他部門の生産にも影響を及ぼし、それがまた自部門に対する需要となって跳ね返ってくるという生産波及効果をもたらす。③式は、このような生産波及効果の累積結果を計算し得る仕組みを示したものであり、これが投入係数を基礎とする産業連関分析の基本となっている考え方である。

しかし、この考え方には、次に述べるような投入係数の安定性という前提が置かれていることを忘れてはならない。投入係数が常に変動しているとすれば、最終需要と国内生産額との間に一義的な関係を求めることができないからである。

3　投入係数の安定性

(1)　生産技術水準の不変性

産業連関分析においては、投入係数によって表される各財・サービスの生産に必要な原材料、燃料等の投入比率は、分析の対象となる年次と作表年次の間においては大きな変化がないという前提が置かれている。

投入係数は、端的に言えば、ある特定の年次において採用されていた生産技術を反映したものであり、生産技術が変化すれば、当然に投入係数も変化することも考えられる。

通常、短期間に大幅な生産技術の変化は考えられないが、我が国のように技術革新のテンポの早い国においては、分析の対象となる年次が作表の対象となった年次から離れるにしたがって何らかの方法で投入係数の変化についての情報を得て、修正して利用することも必要となる。

(2)　生産規模に関する一定性

各部門は、それぞれ生産規模の異なる企業、事業所群で構成されているが、同一商品を生産していたとしても、生産規模が異なれば、当然に生産技術水準の相違、規模の経済性などにより、投入係数も異なったものとなることも考えられる。

しかし、産業連関表は、作表の対象となった年次の経済構造を反映して作成されたものであり、産業連関分析においては、各部門に格付けされた企業、事業所の生産規模は、分析の対象となる年次と作表年次の間においては大きな変化がないという前提が置かれている。

(3) 投入係数の変動要因

産業連関分析では、対象年次と作表年次の期間においては投入係数に変化がないという仮定が置かれているが、実際には前述した(1)及び(2)以外にも次のような要因により、時間の経過とともに変化する。

ア 相対価格の変化

取引基本表における各取引の大きさは、作表年次の価格で評価されているため、それぞれの財・サービスの相対価格が変化すると、技術構造が一定であったとしても、投入係数が変化する。

時系列比較を行う場合には、このような相対価格の変化による影響を除去した固定価格評価による接続産業連関表が必要となる。

イ プロダクト・ミックスの変化

同一部門に投入構造や単価の異なったいくつかの商品が格付けられている（これをプロダクト・ミックスという。）場合には、それぞれの投入構造や単価に変化がなくても、部門内の商品構成が変化すれば、その部門全体としての投入係数が変化することとなる。

第２節 逆行列係数

1 逆行列係数の意味と計算方法

ある部門に一定の最終需要が発生した場合に、それが各部門に対して直接・間接にどのような影響を及ぼすのかを分析するのが、産業連関分析の最も重要な分析の一つであり、その際に決定的な役割を果たすのが各部門の投入係数であることは、前述したとおりである。

今、仮に部門１及び部門２だけの国民経済を考えた場合、第１節で述べたように、最終需要が与えられれば、次のような連立方程式を解くことによって、部門１及び部門２の国内生産額の水準を計算することができる。

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + F_1 = X_1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + F_2 = X_2 \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

しかし、このように２部門だけであれば計算も容易であるが、実際には部門の数は、統合中分類の場合であっても108あり、その都度③式のような連立方程式を解くことは実際的ではなく、分析を行うことが事実上不可能になる。

そこで、もし、ある部門に対する最終需要が１単位生じた場合、各部門に対してどのような生産波及が生じ、部門別の国内生産額が最終的にはどれだけになるかを、あらかじめ計算しておくことができれば、分析を行う上で非常に便利である。このような要請に応えて作成されるのが「逆行列係数表」である。

そこで、前記③式の行列表示

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ③'$$

において

投入係数の行列 $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = A$

最終需要の列ベクトル $\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = F$

国内生産額の列ベクトル $\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = X$

とおくと、

$$AX + F = X \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ③''$$

となる。これを X について解くと、

$$X - AX = F$$
$$(I - A)X = F$$
$$\therefore \quad X = (I - A)^{-1}F$$

となる。ここで I は単位行列、$(I-A)^{-1}$ は $(I-A)$ の逆行列であり、

$$(I - A)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 - a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & 1 - a_{22} \end{bmatrix}^{-1}$$

この行列の成分を「逆行列係数」と呼ぶ。これを一表にまとめたものが、「逆行列係数表」であり、各部門に対する１単位の需要増があった場合、究極的にみて、どの部門の生産がどれだけ誘発されるかを示す。逆行列係数を一度計算しておけば、③式の連立方程式をその都度解くまでもなく、ある部門に対する最終需要が与えられれば、直ちにその最終需要に対応する各部門の国内生産額を計算することが可能となる。

（注）任意の F（非負）に対して③"式が非負の解を持つためには、行列 $I-A$ のすべての主座小行列式が正であること（ホーキンス・サイモンの条件）が必要十分であり、また、$I-A$ のすべての主座小行列式が正であるためには、

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} < 1 \qquad (j = 1,2,\cdots,n)$$

すなわち、投入係数の和がすべて１未満であること（ソローの条件）が十分条件である。

第２章〔資料２〕１−(3)表は、平成17年表の13部門取引基本表について、$[I-(I-\hat{M})A]^{-1}$ 型（後述参照）の逆行列係数を計算したものである。

逆行列係数の表頭の部門は、最終需要が１単位発生した

部門を表しており、表側の部門は、それによって生産の誘発を受ける部門を表している。例えば、表頭の農林水産業について、これをタテに見ると、農林水産業に１単位の最終需要があると、農林水産業自身には最終的には 1.127988 単位の生産誘発があり、また、鉱業には 0.001004 単位、製造業には 0.336313 単位、建設には 0.010306 単位等々の生産誘発が生じ、全体としては、列和に相当する、1.809162 単位の生産誘発が引き起こされることを読み取ることができる。

第１節で述べた投入係数は、ある一つの財・サービスを１単位だけ生産する場合、直接必要となる原材料等の量を示しているが、逆行列係数は、ある部門に対して１単位の最終需要があった場合の、各部門に対する直接・間接の究極的な生産波及の大きさを示している。

(注)　このように逆行列係数を生産誘発との関係でみると、ある部門、例えば農林水産業に１単位の最終需要が発生すると、それを満たすためには、まず農林水産業自身の生産を１単位増加させねばならない(直接効果)。

また、この農林水産業自身の生産増のために他部門の生産も増加し、この影響で農林水産業の生産も更に追加的に増加する（間接効果)。その結果、農林水産業の生産増は、１単位以上になるのが普通である。このため自部門の生産増加の程度を示す逆行列係数の対角要素は、１を超えるのが普通である。

また、逆行列を B、その対角要素を b_{ii} とし、i 番目の要素が１で他の要素が 0 である列ベクトルを u_i で表せば、

$$Bu_i = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1i} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \iddots & \vdots \\ b_{i1} & & b_{ii} & & b_{in} \\ \vdots & \iddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{ni} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{1i} \\ \vdots \\ b_{ii} \\ \vdots \\ b_{ni} \end{bmatrix}$$

となることからも、逆行列 B の第 i 列のベクトルが、i 部門に１単位の最終需要が発生した場合の各部門の生産増加単位を表すことが分かる。(上に述べた理由により $b_{ii} \geqq 1$)。

逆行列 B の第 i 列を合計した列和は第 i 部門の生産誘発係数に相当する（第３節参照)。

2　逆行列係数の類型（輸入の扱い）

産業連関表を用いて生産波及の分析を行う場合には、輸入をどのように取り扱うかが大きな問題となる。前記１で述べたものは $(I-A)^{-1}$ 型と呼ばれ、輸入を考えない単純なモデルに基づくものである。しかし実際の経済では、各種のものが輸入され、産業や家計等において国産品と併せて消費されているのが実態である。

輸入を明示した取引基本表のひな型は第５－３図に示されている。

表をヨコにみると中間需要 $\{x_{ij}\}$、最終需要 $\{F_i\}$ とも輸入分を含んだ供給となっているので、輸入分をマイナスで表示することにより、タテとヨコ（生産）のバランスをとっている。

第５－３図　取引基本表（ひな型２）

	部門１	部門２	最終需要	輸入	国内生産額
部　門　1	x_{11}	x_{12}	F_1	$-M_1$	X_1
部　門　2	x_{21}	x_{22}	F_2	$-M_2$	X_2
粗付加価値	V_1	V_2			
国内生産額	X_1	X_2			

投入係数に輸入分が含まれるということは、最終需要によってもたらされる波及効果のすべてが、国内生産の誘発という形で現れるものではなく、その一部は輸入を誘発するということを意味する。

つまり、逆に言えば国内生産誘発を正確に求めるためには、輸入誘発分を控除しておかなくてはならない。

そこで、輸入品の投入をおり込んだ逆行列係数の計算方法が考慮されなくてはならない。

我が国では、$[I-(I-\hat{M})A]^{-1}$ 型の逆行列係数が一般的に利用されているが、これを含めて、次のような幾つかの逆行列係数の計算方法が考えられている。

(1)　$(I-A)^{-1}$ 型

このタイプは、前記１においては輸入を考えない単純なモデルとして示したが、輸入額が外生的に与えられるとするモデルでもある。

基本モデル（２行２列）の需給バランス式は次のように表される。

$$\left.\begin{aligned} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + F_1 - M_1 = X_1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + F_2 - M_2 = X_2 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ④$$

これを行列表示すると

$$AX + F - M = X \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ④'$$

これは、「競争輸入型」のモデルであって、中間需要 AX 及び最終需要 F の中には一定の輸入が含まれている。これを X について解くと、

$$X - AX = F - M$$
$$(I-A)X = F - M$$
$$\therefore \quad X = (I-A)^{-1}(F-M)$$

となる。

このモデルでは、最終需要とともに輸入額についても、外生的に決定されるものとなっているが、輸入は、特別な場合を除き、国内の生産活動によって誘発される性格のものである。すなわち、内生的に決定されるものと考えるのが自然であり、一般的にあまり利用されていない。

(2)　$[I-(I-\hat{M})A]^{-1}$型

最終需要Fを国内最終需要Yと輸出Eとに分離したものである。すなわち、

$$F=Y+E$$

とし、これを前記④'式に代入し、需給バランス式を次のように表す。

$$AX+Y+E-M=X \cdots\cdots ⑤$$

輸出については、単なる通過取引は計上しないこととして表が作られている。したがって、輸出には輸入品は含まれないはずである。そこで行別輸入係数を次のように定義する。

$$m_i=\frac{M_i}{\sum_j a_{ij}X_j+Y_i}$$

すなわち、m_iはi商品の国内総需要に占める輸入品の割合、輸入依存度を表し、$1-m_i$が自給率を表すことになる。

⑤をi行について記せば、

$$\sum_j a_{ij}X_j+Y_i+E_i-M_i=X_i \cdots\cdots ⑥$$

輸入係数の定義から

$$M_i=m_i\left(\sum_j a_{ij}X_j+Y_i\right) \cdots\cdots ⑦$$

⑦を⑥に代入して整理すると、

$$X_i-(1-m_i)\sum_j a_{ij}X_j=(1-m_i)Y_i+E_i \cdots\cdots ⑧$$

輸入係数$\{m_i\}$を対角要素とし、非対角要素を 0 とする対角行列を$\hat{M}$、すなわち

$$\hat{M}=\begin{bmatrix} m_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & m_n \end{bmatrix}$$

とすれば、⑧より次が得られる。

$$[I-(I-\hat{M})A]\ X=(I-\hat{M})Y+E \cdots\cdots ⑨$$

⑨から

$$X=[I-(I-\hat{M})A]^{-1}[(I-\hat{M})Y+E] \cdots\cdots ⑩$$

となり、国内最終需要Yと輸出Eを与えることにより、国内生産額Xを求めることができる。

ここで$(I-\hat{M})A$は、輸入品の投入比率が中間需要、最終需要を問わずすべての部門について同一であると仮定した場合の国産品の投入係数を示し、また$(I-\hat{M})Y$は、同様の仮定の下で国産品に対する国内最終需要を表している。言い換えれば、品目ごと（行別）の輸入比率（輸入係数）がすべての産出部門について同一と仮定した時の「競争輸入型」モデルである。

我が国では、一般的にはこのモデルによる逆行列係数表が利用されている。第２章〔資料２〕1－(3)表は、この方式により、平成 17 年表の 13 部門取引基本表について作成したものである。

(3)　$(I-A^d)^{-1}$型

このモデルによる逆行列係数は、「非競争輸入型」のモデルによるものであり、輸入品の投入比率が部門によって異なる場合の分析を行うことができる。

非競争輸入型の取引基本表を単純化して第５－４図のように表す。

第５－４図　取引基本表（ひな型３）

		部門１	部門２	最終需要	輸入	国内生産額
国産	部門１	x_{11}^d	x_{12}^d	F_1^d	—	X_1
	部門２	x_{21}^d	x_{22}^d	F_2^d	—	X_2
輸入	部門１	x_{11}^m	x_{12}^m	F_1^m	$-M_1$	—
	部門２	x_{21}^m	x_{22}^m	F_2^m	$-M_2$	—
粗付加価値		V_1	V_2			
国内生産額		X_1	X_2			

当然

$$x_{ij}=x_{ij}^d+x_{ij}^m$$
$$F_i=F_i^d+F_i^m$$

である。

国産品の需給バランス式は、次のとおりとなる。

$$\left.\begin{array}{l} x_{11}^d+x_{12}^d+F_1^d=X_1 \\ x_{21}^d+x_{22}^d+F_2^d=X_2 \end{array}\right\} \cdots\cdots ⑪$$

ここで、国内中間財の投入係数を、

$$a_{ij}^d=\frac{x_{ij}^d}{X_j}$$

とすれば、⑪式は次のように変形される。

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}^d X_1+a_{12}^d X_2+F_1^d=X_1 \\ a_{21}^d X_1+a_{22}^d X_2+F_2^d=X_2 \end{array}\right\} \cdots\cdots ⑪'$$

これを行列表示すると、

$$A^dX+F^d=X \cdots\cdots ⑪''$$

これが「非競争輸入型」のモデルであり、中間需要A^dX及び最終需要F^dはいずれも国産品に対するものであり、輸入品は含まれていない。

⑪"を X について解くと、

$$X - A^d X = F^d$$
$$\left(I - A^d\right)X = F^d$$
$$\therefore \quad X = \left(I - A^d\right)^{-1} F^d$$

となり、国産品に対する最終需要 F^d を与えれば、国内生産額 X の水準を求めることが可能である。

なお、競争輸入型モデルとの関係は、次のようなものとなっている。輸入品に対する投入係数の行列 A^m、輸入品に対する最終需要の列ベクトルを F^m とすれば、

$$A = A^d + A^m$$
$$F = F^d + F^m$$

となる。これを用いて需給バランスを求めると

$$\left(A^d + A^m\right)X + \left(F^d + F^m\right) = X + M$$

となる。これが競争輸入型モデルの基本式である。

実体経済においては国産品と輸入品の投入割合は、部門によって異なるのが普通であり、このモデルによる逆行列係数は、こうした状況をそのまま反映したモデルである。この型の逆行列係数を、(2)$[I-(I-\hat{M})A]^{-1}$ 型と比較してみると、部門によってはかなり数値が異なる場合もある。

５年ごとに作成される政府 10 府省庁共同事業による産業連関表では、投入・産出が国産品と輸入品に分けられており、二つのタイプの逆行列表を使用できる。したがって、どちらの型を使うかについては、分析目的や、作表のために置いた仮定との整合性を勘案して選択することとなる。

3　影響力係数と感応度係数

(1)　影響力係数

逆行列係数表の各列の数値は、その列部門に対する最終需要（すなわち、国産品に対する需要）が１単位だけ発生した場合において、各行部門において直接間接に必要となる生産量を示し、その合計（列和）は、その列部門に対する最終需要１単位によって引き起こされる産業全体に対する生産波及の大きさを表す。

この部門別の列和を列和全体の平均値で除した比率を求めると、それはどの列部門に対する最終需要があったときに、産業全体に与える生産波及の影響が強いかという相対的な影響力を表す指標となる。これが「影響力係数」と言われるものであり、次の式によって計算される。

$$\text{部門別影響力係数} = \frac{\text{逆行列係数表の各列和}}{\text{逆行列係数表の列和全体の平均値}} = \frac{b_{\bullet j}}{\overline{B}}$$

ただし、

$$b_{\bullet j} = \sum_i b_{ij}$$
$$\overline{B} = \frac{1}{n}\sum_j b_{\bullet j} = \frac{1}{n}\sum_j \sum_i b_{ij}$$

（第５－５図参照）

なお、上式の影響力係数を、第１種影響力係数という。

第５－１表は、平成 17 年表の 34 部門表によって、逆行列として $[I-(I-\hat{M})A]^{-1}$ を使用し、影響力係数を計算したものである。これによると、輸送機械、鉄鋼等の影響力係数の値が高くなっており、これらはいずれも産業全体に与える生産波及の影響が大きいことを示している。

逆に、影響力係数の低いものとしては、石油・石炭製品、不動産、教育・研究等があげられるが、一般的にはサービス業関係は、産業全体に与える生産波及の影響力が小さいと言える。

ただし、逆行列係数の列和は、中間投入率が高ければ高い程、大きくなる傾向があり、かつ、中間投入には同一部門間取引である「自部門投入」が含まれ、それが中間投入率を大きく左右することから「影響力係数」の計算にあたって「自部門投入」を除く方法もある。

なお、この場合、自部門への直接効果 1.0 を除いた間接効果だけを対象とするものを第２種影響力係数といい、自部門への影響を完全に除去し、他部門への影響度合だけを対象とするものを第３種影響力係数という。

(2)　感応度係数

逆行列係数表の各行は、表頭の列部門に対してそれぞれ１単位の最終需要があったときに、その行部門において直接間接に必要となる供給量を表しており、その合計（行和）を行和全体の平均値で除した比率は、各列部門にそれぞれ１単位の最終需要があったときに、どの行部門が相対的に強い影響力を受けることとなるかを表す指標となる。これが「感応度係数」と言われるものであり、次の式によって計算される。

$$\text{部門別感応度係数} = \frac{\text{逆行列係数表の各行和}}{\text{逆行列係数表の行和全体の平均値}} = \frac{b_{i\bullet}}{\overline{B}}$$

ただし、

$$b_{i\bullet}=\sum_j b_{ij}$$

$$\overline{B}=\frac{1}{n}\sum_i b_{i\bullet}=\frac{1}{n}\sum_i\sum_j b_{ij}$$

(第５－５図参照)

なお、上式の感応度係数を、第１種感応度係数という。

第５－１表は、平成 17 年表の 34 部門表によって、逆行列として$[I-(I-\hat{M})A]^{-1}$を使用し、感応度係数を計算したものである。対事業所サービス、商業、鉄鋼等の感応度係数が高くなっているが、これらはいずれも広く各産業に対して、原材料・サービス等を提供している産業であり、その意味で産業全体の好不況の影響を受け易いものとなっている。

なお、「影響力係数」と同様に「感応度係数」についても「自部門投入」を除く方法もある。この場合、影響力係数と同様に、第２種感応度係数と第３種感応度係数が定義できる。

また、逆行列係数を基本としていることから、部門統合の仕方や逆行列のタイプの違いで結果が異なるので注意を要する（第７節参照)。

第５－５図　逆行列係数表（ひな型）

	1	2	3	…	n	行和	感応度係数
1	b_{11}	b_{12}	b_{13}	⋮	b_{1n}	$b_{1\bullet}$	$b_{1\bullet}/\overline{B}$
2	b_{21}	b_{22}	b_{23}	⋮	b_{2n}	$b_{2\bullet}$	$b_{2\bullet}/\overline{B}$
3	b_{31}	b_{32}	b_{33}	⋮	b_{3n}	$b_{3\bullet}$	$b_{3\bullet}/\overline{B}$
				⋮			
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
				⋮			
n	b_{n1}	b_{n2}	b_{n3}	⋮	b_{nn}	$b_{n\bullet}$	$b_{n\bullet}/\overline{B}$
列和	$b_{\bullet 1}$	$b_{\bullet 2}$	$b_{\bullet 3}$	…	$b_{\bullet n}$	$\sum b_{i\bullet}=\sum b_{\bullet j}$	
影響力係数	$\frac{b_{\bullet 1}}{\overline{B}}$	$\frac{b_{\bullet 2}}{\overline{B}}$	$\frac{b_{\bullet 3}}{\overline{B}}$	…	$\frac{b_{\bullet n}}{\overline{B}}$		

第５－１表　平成 17 年影響力係数表及び感応度係数表

部門	影響力係数	感応度係数
01 農林水産業	0.923177	0.796203
02 鉱業	1.007756	0.580723
03 飲食料品	1.043088	0.751185
04 繊維製品	1.003350	0.657007
05 パルプ・紙・木製品	1.102135	1.279113
06 化学製品	1.150761	1.371140
07 石油・石炭製品	0.631767	0.992427
08 窯業・土石製品	0.949884	0.732013
09 鉄鋼	1.375334	1.793105
10 非鉄金属	1.021351	0.955680
11 金属製品	1.104573	0.827734
12 一般機械	1.143948	0.792750
13 電気機械	1.111671	0.672334
14 情報・通信機器	1.144626	0.540610
15 電子部品	1.123348	1.064624
16 輸送機械	1.460793	1.097322
17 精密機械	1.027784	0.537037
18 その他の製造工業製品	1.060162	1.357228
19 建設	1.004194	0.799163
20 電力・ガス・熱供給	0.847727	1.046403
21 水道・廃棄物処理	0.857772	0.697185
22 商業	0.785642	1.930789
23 金融・保険	0.828782	1.792995
24 不動産	0.648656	0.750270
25 運輸	0.941583	1.723315
26 情報通信	0.873301	1.393402
27 公務	0.756317	0.700739
28 教育・研究	0.741392	1.101215
29 医療・保健・社会保障・介護	0.871414	0.528866
30 その他の公共サービス	0.822267	0.560662
31 対事業所サービス	0.885475	2.398321
32 対個人サービス	0.877608	0.562473
33 事務用品	1.413541	0.565737
34 分類不明	1.458818	0.650232

（注）34部門表による。

(3)　影響力係数と感応度係数による機能分析

影響力係数と感応度係数とを組み合わせることにより各部門がどのような機能を持っているかを模式的に把握することができる。

第５－６図のように影響力係数を横軸に、感応度係数を縦軸にして各部門の値をプロットする。その位置によってそれぞれの部門が持っている特性が判断される。

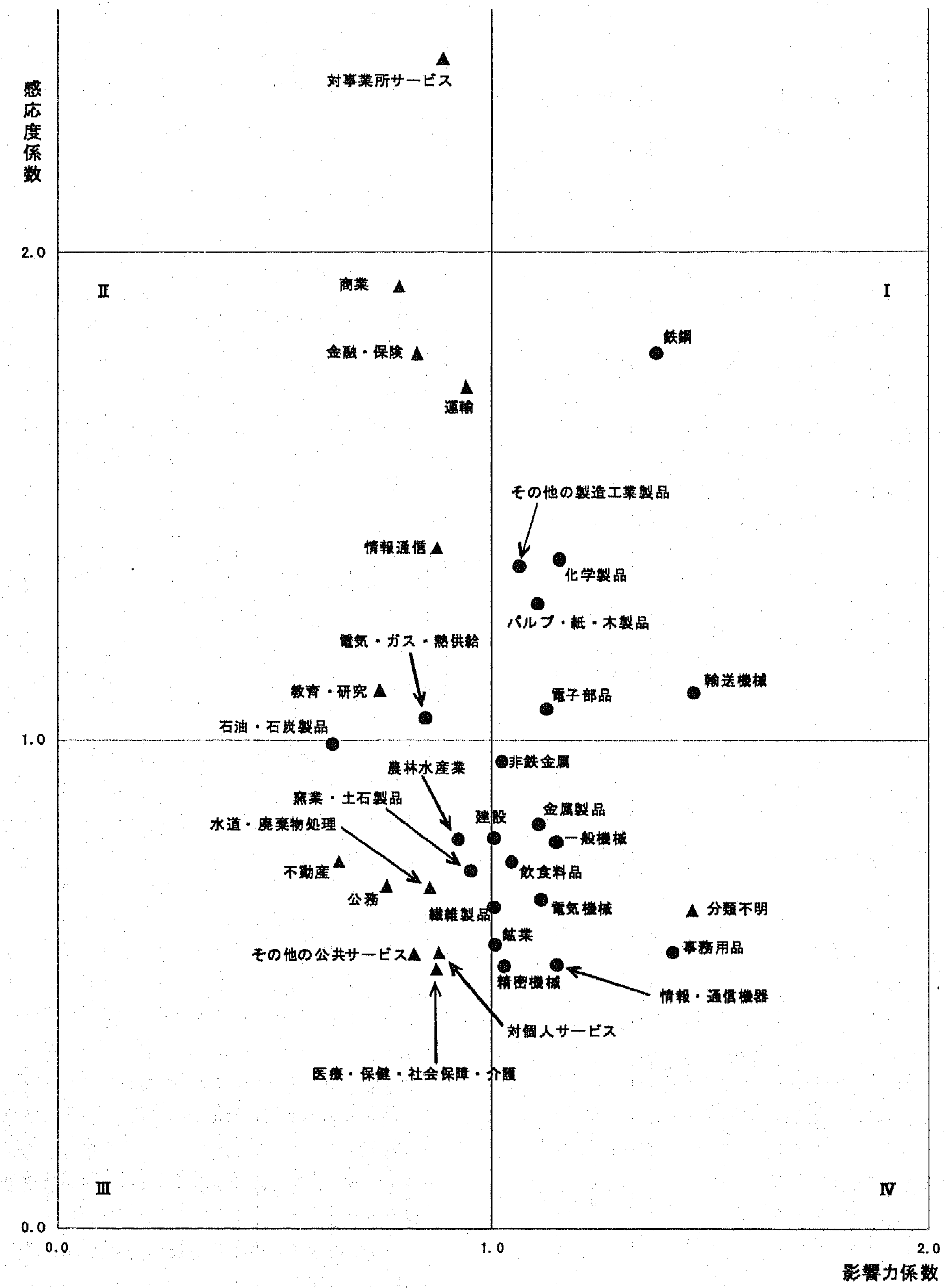
Ⅰに位置する部門は、産業全体に対する影響力が強く、かつ、影響も受け易い分野である。一般に基礎資材などの原材料製造業部門がこれに該当し、鉄鋼、パルプ・紙・木製品、化学製品等がこの分野に属している。

Ⅱは、産業全体に対する影響力は低いが、感応度は高い分野である。対事業所サービス、商業、金融・保険、運輸など各産業に対するサービスの提供部門が多くなっている。

Ⅲは、影響力も感応度も低い分野である。農林水産業、窯業・土石製品などの一次産業型のもののほか、不動産、水道・廃棄物処理などの独立型の産業部門がこの分野に属している。

Ⅳは、産業全体に対する影響力は強いが、生産波及効果はそれ程ない分野である。最終財の製造業部門が多く、金属製品、一般機械、電気機械、情報・通信機器等がこの分野に属している

第5－6図　影響力係数と感応度係数



（注）●は財部門を、▲はサービス部門を示す。

第３節　最終需要と国内生産額との関係

1　最終需要項目別生産誘発額

内生部門の各部門は、各生産部門及び最終需要部門に財・サービスの供給を行っているが、全体として見れば、内生部門の生産活動は最終需要を過不足なく満たすために行われているのであり、その生産水準は、各最終需要の大きさによって決定される。すなわち、産業連関表では、競争輸入型モデルで、輸入が国内需要に比例している場合は、第２節⑩式のとおり、逆行列係数を介して次のような関係が存在している。

$$\underset{\text{国内生産額}}{X} = \underset{\text{逆行列}}{[I-(I-\hat{M})A]^{-1}} \underset{\text{最終需要額}}{[(I-\hat{M})Y+E]}$$

ここで最終需要(F)は、大別すれば、国内最終需要(Y)である①家計外消費支出、②民間消費支出、③一般政府消費支出、④国内総固定資本形成、⑤在庫純増、⑥輸出(E)の６項目からなっているが、各部門の国内生産額が、どの最終需要項目によってどれだけ誘発されたものであるのか、その内訳をみたのが「最終需要項目別生産誘発額」である。

これは、国内生産額の変動が、最終需要のどの項目によってもたらされたものであるのかを分析するための一つの指標となるものであり、次のようにして計算される。

前述のように最終需要ベクトルFは国内最終需要ベクトルYと輸出ベクトルEに分解される。さらに、国内最終需要ベクトルYを各最終需要項目（民間消費支出、国内総固定資本形成等）ベクトルに分解する。

$$Y = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \cdots + Y_N$$

各最終需要項目によって誘発される生産額ベクトルをX_kで表せば、国内最終需要については、

$$X_k = [I-(I-\hat{M})A]^{-1}(I-\hat{M})Y_k \qquad k=1,2,\cdots,N$$

輸出Eによって誘発される生産額ベクトルは、

$$X_E = [I-(I-\hat{M})A]^{-1}E$$

となり、各最終需要項目別生産誘発額の和が、国内生産額であるから、

$$X = \sum_{k=1}^{N} X_k + X_E$$

が成立する。

逆行列として$(I-A^d)^{-1}$を使用することももちろん可能であり、その場合、右辺に乗ずる最終需要ベクトルは国産品に対する最終需要(F^d)になる。

2　最終需要項目別生産誘発係数

最終需要項目別生産誘発額を、それぞれ対応する項目の最終需要の合計額で除した比率を「最終需要項目別生産誘発係数」と言う。

すなわち、

$$Y_k = \begin{bmatrix} Y_{1k} \\ \vdots \\ Y_{nk} \end{bmatrix}, \quad X_k = \begin{bmatrix} X_{1k} \\ \vdots \\ X_{nk} \end{bmatrix} \qquad k=1,2,\cdots,N$$

（国内最終需要項目）

及び

$$E = \begin{bmatrix} E_1 \\ \vdots \\ E_n \end{bmatrix}, \quad X_E = \begin{bmatrix} X_{1,N+1} \\ \vdots \\ X_{n,N+1} \end{bmatrix}$$

とすれば、国内最終需要項目k及び輸出による部門iの生産誘発額は、それぞれX_{ik}、$X_{i,N+1}$となり、生産誘発係数は、

$$\text{最終需要項目別生産誘発係数} = \begin{cases} \dfrac{X_{ik}}{\sum_{j=1}^{n} Y_{jk}} & \text{（国内最終需要）} \\[2ex] \dfrac{X_{i,N+1}}{\sum_{j=1}^{n} E_j} & \text{（輸出）} \end{cases}$$

と表される。

これは、ある最終需要項目が合計で１単位（品目別構成は同じ）だけ増加した場合、各部門の国内生産額がどれだけ増加するかを示すものとなっている。

なお、最終需要項目別生産誘発係数を部門について合計したもの、すなわち、

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} X_{ik}}{\sum_{j=1}^{n} Y_{jk}} \text{ 及び } \frac{\sum_{i=1}^{n} X_{i,N+1}}{\sum_{j=1}^{n} E_j}$$

をもって、生産誘発係数と呼ぶ場合もある。

生産誘発係数の高い最終需要ほど生産波及効果が大きいということであり、平成17年表においては、合計でみると「輸出」が最も高くなっている。

		最　終　需　要　項　目
		1　2　3　…　…　…　N，$N+1$
部	1	最終需要項目別生産誘発係数
	2	
	3	$\left[\dfrac{X_{ik}}{\sum_{j=1}^{n} Y_{jk}}\right]\left[\dfrac{X_{i,N+1}}{\sum_{j=1}^{n} E_j}\right]$
	⋮	
門	⋮	
	n	
合　計		

（注）X_{ik}, $X_{i,N+1}$　：最終需要項目別生産誘発額

$\sum_{j=1}^{n} Y_{jk}, \sum_{j=1}^{n} E_j$　：項目別最終需要額の合計値

3　最終需要項目別生産誘発依存度

各部門ごとの生産誘発額の項目別構成比を「最終需要項目別生産誘発依存度」という。各部門の国内生産額が、どの最終需要の項目によってどれだけ誘発されたのか、そのウエイトを示したものである。

		最終需要項目	合計
		1　2　3　…　…　…　N , $N+1$	
部門	1 2 3 ⋮ ⋮ n	最終需要項目別生産誘発依存度 $\left[\dfrac{X_{ik}}{X_i}\right]\left[\dfrac{X_{i,N+1}}{X_i}\right]$	1.0

(注) X_{ik}, $X_{i,N+1}$ ：最終需要項目別生産誘発額
X_i　：生産誘発額の合計値（国内生産額）

なお、本節の具体的な係数については、第１部第１章15「最終需要と生産誘発額」の項を参照のこと。

第４節　最終需要と粗付加価値との関係

各部門の国内生産額は中間投入額と粗付加価値額とで構成されているが、国内生産額は最終需要によって誘発されるものであるので、その一部である粗付加価値額も同様に最終需要によって誘発されるものと考えることができる。

すなわち、第３節で述べた国内生産と最終需要との関係式を粗付加価値と最終需要についても全く同様に適用することができる。

各産業部門の粗付加価値額をその部門の国内生産額で除した比率を粗付加価値率という。生産物１単位当たりの粗付加価値であり、これを要素とする対角行列を $\hat{v}$ とする。

$$\hat{v} = \begin{bmatrix} v_1 & & & & 0 \\ & v_2 & & & \\ & & v_3 & & \\ & & & \ddots & \\ 0 & & & & v_n \end{bmatrix} \qquad v_j = \frac{V_j}{X_j}(j = 1,2,\cdots,n)$$

すなわち、V を粗付加価値額からなるベクトルとすれば、

$V = \hat{v} \cdot X$

である。

したがって、第３節で述べた需給バランス式を粗付加価値について示すと、

$V = \hat{v} \cdot$ 〔$I-(I-\hat{M})A$〕$^{-1}$〔$(I-\hat{M})Y+E$〕

である。この式を用いて、生産誘発と同様に、

① 粗付加価値誘発額
② 粗付加価値誘発係数
③ 粗付加価値誘発依存度

が定義される。具体的な計数については、第１部第１章17「最終需要と粗付加価値誘発額」の項を参照のこと。

生産誘発係数と粗付加価値誘発係数とを比較して特徴的なことは、生産誘発係数の場合、最終需要項目の中で大きな値を示していた「輸出」及び「国内総固定資本形成」が、粗付加価値誘発係数の場合はともに「消費」に比べて小さい点である。このことは、特に景気拡大のカンフル剤としては公共投資の追加や輸出が効果的であるが、付加価値レベル（ＧＤＰレベル）ではむしろ消費の刺激の方が効果的であることを示している。

第５節　最終需要と輸入との関係

1　最終需要項目別輸入誘発額、同誘発係数及び誘発依存度

ある最終需要が生じたとき、通常そのすべてが国内生産によって賄われるものではなく、一部は輸入によって賄われる。

産業連関分析の基本的な分野の一つは、ある最終需要が発生した時、それを起因として誘発される各産業部門の生産額の大きさを計測することにあるが、同時にそれによって誘発される輸入額の大きさを求めることも重要な課題である。その際に必要となるのが各産業部門の輸入係数であり、最終需要１単位によって誘発される輸入の大きさは、輸入係数を介して計算される

我が国において一般的に利用されている〔$I-(I-\hat{M})A$〕$^{-1}$型の逆行列係数においては、第２節で述べたとおり、産業連関表が、輸入品の再輸出を対象としない（すなわち輸出の中には輸入は含まれない。）ため、輸入係数は国内需要に対する比率として次のように定義される。

$$m_i = \frac{M_i}{\sum_{j=1}^{n} a_{ij}X_j + Y_i} \qquad \hat{M} = \begin{bmatrix} m_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & m_n \end{bmatrix}$$

$\therefore M = \hat{M}(AX+Y)$　…………………　⑫

国内生産額 X は、

$X =$〔$I-(I-\hat{M})A$〕$^{-1}$〔$(I-\hat{M})Y+E$〕…………………　⑬

であり、⑬について、逆行列係数〔$I-(I-\hat{M})A$〕$^{-1}$ を B で表し、⑫式に代入して展開すると、

$M = \hat{M}AB(I-\hat{M})Y + \hat{M}ABE + \hat{M}Y$

$M = [\hat{M}AB(I-\hat{M}) + \hat{M}]\ Y + \hat{M}ABE$ ・・・・・・・・・・・・・・ ⑭

となる。すなわち、輸入Mは、輸出を除く国内最終需要によって誘発されるもの（⑭式の右辺第１項）と、輸出Eによって誘発されるもの（⑭式の右辺第２項）とに分離される。

なお、$\hat{M}AB$は、逆行列係数Bに輸入品の投入係数$\hat{M}A$を乗じたものとして理解される。

輸入が最終需要の各項目によってどれだけ誘発されたのか、その内訳を示したのが「最終需要項目別輸入誘発額」であり、前記１の⑭式にみられるとおり、輸入Mが、

$M = [\hat{M}AB(I-\hat{M}) + \hat{M}]\ Y + \hat{M}ABE$

と、分解されることからも明らかなようにそれぞれ対応する項目の最終需要額を乗じて計算される。すなわち、国内最終需要である「家計外消費支出」から「在庫純増」までの、各最終需要項目ベクトルに、行列$[\hat{M}AB(I-\hat{M}) + \hat{M}]$を、「輸出」については輸出ベクトルに行列$\hat{M}AB$を、それぞれ乗じて求められる。

最終需要項目別輸入誘発係数及び同輸入誘発依存度については、第３節の生産誘発係数及び生産誘発依存度と同様の方法で算出されるものであるので、ここでは説明を省略する。

２　総合輸入係数

行列$[\hat{M}AB(I-\hat{M}) + \hat{M}]$、$\hat{M}AB$のそれぞれの列和は、各産業に「輸出を除く最終需要」及び「輸出」がそれぞれ１単位（品目別構成は同じ）発生した場合の輸入誘発の大きさを表わす係数であり「総合輸入係数」と呼ばれている。数値は、計数編(2)に 190 部門、108 部門によるものを掲載している。

第６節　労働力の産業連関分析係数

１　労働誘発係数

産業連関表では、既に述べたとおり、国内生産額と最終需要との間には、逆行列係数を介した次のような関係がある。

$X = [I-(I-\hat{M})A]^{-1}[(I-\hat{M})Y + E]$ ・・・・・・・・・・・・・・ ⑮

X	：国内生産額
$[I-(I-\hat{M})A]^{-1}$	：逆行列
$[(I-\hat{M})Y + E]$	：最終需要額

ここで、各部門の労働力投入量（man･year）の行列Lの各列を、それぞれの国内生産額で除して得られた労働力投入係数の行列をL'とする。

（労働投入量L）

	部門1	部門2	部門3	・・・・・	部門n	
従業者総数	l_{11}	l_{12}	l_{13}	・・・・・	l_{1n}	雇
個人業主	l_{21}	l_{22}	l_{23}	・・・・・	l_{2n}	用
家族従業者	l_{31}	l_{32}	l_{33}	・・・・・	l_{3n}	表
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	
国内生産額	X_1	X_2	X_3	・・・・・	X_n	

（労働力投入係数L'）

	部門1	部門2	部門3	・・・・・	部門n
従業者総数	l'_{11}	l'_{12}	l'_{13}	・・・・・	l'_{1n}
個人業主	l'_{21}	l'_{22}	l'_{23}	・・・・・	l'_{2n}
家族従業者	l'_{31}	l'_{32}	l'_{33}	・・・・・	l'_{3n}
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮

（注）$l'_{ij} = \dfrac{l_{ij}}{X_j}$

ここで、従業者総数及び各従業上の地位のうちの第i番目について分析するものとする。Lの第i行をタテに並べたベクトルをL_i、L'の第i行の成分を対角に並べた行列を$\hat{L}'_i$、すなわち、

$$L_i = \begin{bmatrix} l_{i1} \\ l_{i2} \\ \vdots \\ l_{in} \end{bmatrix},\quad \hat{L}'_i = \begin{bmatrix} l'_{i1} & & 0 \\ & l'_{i2} & \\ & & \ddots \\ 0 & & & l'_{in} \end{bmatrix}$$

とすると、

$L_i = \hat{L}'_i X$

$= \hat{L}'_i [I-(I-\hat{M})A]^{-1}[(I-\hat{M})Y + E]$

$= \hat{L}'_i B[(I-\hat{M})Y + E]$ ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ ⑯

ただし、$B = [I-(I-\hat{M})A]^{-1}$

となる。

行列$\hat{L}'_i B$の各列は、それぞれの部門に対する最終需要が１単位だけ生じた場合に、各部門において直接間接に必要となる労働力需要の大きさを示すものとなっており、この行列$\hat{L}'_i B$の成分を通常「労働誘発係数」と呼んでいる。

一方、$L'B$を考えると、各列は、それぞれの部門に対する

最終需要が１単位だけ生じた場合に、直接間接に必要となる従業上の地位別の労働力需要の大きさを示すものであり、これも一種の「労働誘発係数」と言える。なお、後述する「職業誘発係数」は後者の考え方に対応するものである。

また、国内最終需要Yは、家計消費支出、一般政府消費支出、国内総固定資本形成、輸出等からなり、これを

$$Y = Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_N \cdots\cdots ⑰$$

のように表せば、⑯、⑰式から

$$L_i = \hat{L}_i' B \left[(I - \hat{M})(Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_N) + E \right]$$
$$= \hat{L}_i' B(I - \hat{M})Y_1 + \cdots + \hat{L}_i' B(I - \hat{M})Y_N + \hat{L}_i' BE \cdots\cdots ⑱$$

が得られる。右辺の各項は、誘発される労働量の最終需要項目別内訳となっている。

産業連関分析を行う上では、投入係数は、安定的であり、表作成時と分析時の間に大きな変化がないという仮定が置かれているが、労働力の産業連関分析を行う上でも同様であり、労働力投入係数は安定的であるという仮定が置かれている。

しかし、労働力投入係数の場合は投入係数と異なり、必ずしも安定的であるとは言えない事情がある。例えば、ある部門の生産額が２倍になったとしても、産業ロボットの導入や操業度の引き上げ等があった場合、必ずしも労働投入量も２倍になるとは限らないからである。したがって、労働力の産業連関分析を行う場合には、操業度や労働生産性の変化について十分考慮することが必要である。

2　労働誘発に関する影響力係数と感応度係数

逆行列係数から影響力係数と感応度係数が計算されたように、労働誘発係数の行列$\hat{L}_i' B$からも労働誘発に関する影響力係数と感応度係数が計算される。

(1)　労働誘発に関する影響力係数

ある部門の最終需要が１単位だけ増加した場合、各列部門の労働需要に対してどれだけの影響を与えることになるのか、その程度を部門間で比較する場合に用いられる指標である。

「労働誘発に関する第１種影響力係数」は、次式により計算される。

$$\text{労働誘発に関する部門別第１種影響力係数} = \frac{\text{労働誘発係数行列の各列和}}{\text{労働誘発係数行列の列和全体の平均値}} = \frac{C_j}{\overline{C}}$$

ただし、

$$C = \hat{L}_i' B = [C_{ij}]$$

$$C_j = \sum_i C_{ij}, \quad \overline{C} = \frac{1}{n} \sum_j C_j$$

この影響力係数が大きいほど、その部門の最終需要１単位によって誘発される各部門の労働需要量が相対的に大きいことを表す。

この「労働誘発に関する第１種影響力係数」は、その自部門を含む直接間接の労働誘発効果を示すものであるが、自部門への影響を完全に除き他部門に対する労働誘発効果だけをみたものが「労働誘発に関する第３種影響力係数」である。労働力誘発係数行列の対角線上の要素を０に置き換えた上で、第１種影響力係数と同様の方法で計算される。第３種影響力係数が大きいほど、他部門に対する労働誘発効果が大きいということになる。

(2)　労働誘発に関する感応度係数

影響力係数は、労働誘発係数の各列和から計算されたものであるが、各行和からも同様の方法で指標を計算することができる。感応度係数と呼ばれるものであり、そのうちの「労働誘発に関する第１種感応度係数」は、すべての部門の最終需要がそれぞれ１単位である場合に各部門がどれだけの労働誘発効果を受けるのか、その程度を部門間で比較する場合に用いられ、次式により計算される。

$$\text{労働誘発に関する部門別第１種感応度係数} = \frac{\text{労働誘発係数行列の各行和}}{\text{労働誘発係数行列の行和全体の平均値}} = \frac{C_i}{\overline{C}}$$

ただし、

$$C_i = \sum_j C_{ij}, \quad \overline{C} = \frac{1}{n} \sum_i C_i$$

この「労働誘発に関する第１種感応度係数」の高い部門ほど、労働誘発効果を受ける度合が強いということになる。

「労働誘発に関する第３種感応度係数」は、自部門を除く各部門にそれぞれ１単位の最終需要があった場合に、その部門が受ける労働誘発効果の相対的な大きさを表す。

3　職業誘発係数

雇用マトリックス（生産活動部門別職業別雇用者数表）を用いることにより職業別の雇用誘発係数を計算することができる。

雇用マトリックスSの各要素をその部門の国内生産額で除して得られる職業投入係数の行列をS'とする。

（雇用マトリックス S）

	部門1	部門2	部門3	·····	部門 n
職業 1	S_{11}	S_{12}	S_{13}	·····	S_{1n}
職業 2	S_{21}	S_{22}	S_{23}	·····	S_{2n}
職業 3	S_{31}	S_{32}	S_{33}	·····	S_{3n}
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮
国内生産額	X_1	X_2	X_3	·····	X_n

雇用マトリックス

（注）雇用者には有給役員が含まれる。

（雇用マトリックス S'）

	部門1	部門2	部門3	·····	部門 n
職業 1	S'_{11}	S'_{12}	S'_{13}	·····	S'_{1n}
職業 2	S'_{21}	S'_{22}	S'_{23}	·····	S'_{2n}
職業 3	S'_{31}	S'_{32}	S'_{33}	·····	S'_{3n}
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮

（注） $S'_{ij} = \dfrac{S_{ij}}{X_j}$

S の行和から成るベクトルを S^* とすると、

$$S^* = S'B\,[(I-\hat{M})Y+E] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ⑲$$

ただし、$B=[I-(I-\hat{M})A]^{-1}$

行列 $S'B$ が「職業誘発係数」の行列であり、各部門の最終需要1単位によって直接間接に必要となる職業別の雇用者数を表している。

4　最終需要項目別労働誘発係数及び同職業誘発係数

既に述べたとおり、国内最終需要 Y を項目別に分解し、次のように表せば、

$$Y = Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_N \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ⑰$$

$$L_i = \hat{L}'_i B(I-\hat{M})Y_1 + \cdots + \hat{L}'_i B(I-\hat{M})Y_N + \hat{L}'_i BE \quad \cdots\cdots ⑱$$

が得られる。これにより最終需要項目別の労働誘発係数が得られ、また、各部門の雇用者又は就業者がどの最終需要項目にどの程度依存しているかが、いずれも従業上の地位別に明らかにされる。

また、⑲式において、最終需要を項目別に分解すれば、

$$S^* = S'B(I-\hat{M})Y_1 + \cdots + S'B(I-\hat{M})Y_N + S'BE$$

となり、特定の最終需要項目によって必要となる職業別雇用者数（最終需要項目別職業誘発係数）を明らかにすることができる。

第７節　部門統合の問題

1　はじめに

平成17年表では、行520×列407部門の基本分類による取引基本表を始めとしてそれを統合した190部門表、108部門表、34部門表及び13部門表を作成している。

また、これ以外にも、利用者がその目的に即したサイズの統合分類表を作成することは、統合部門に属する各部門の計数を単純に加算するだけで、可能である。

産業連関表をそのまま読み取るだけであれば、どのように部門を統合するかは、表章の精粗の問題に過ぎない。しかし、産業連関表の最も重要な利用方法は、これから導かれる投入係数や逆行列係数、最終需要項目別生産誘発係数などを用いて、経済の予測や特定の経済政策の効果測定、あるいは価格分析等を行うことであり、産業連関表をこのような目的で利用しようとする場合には、産業連関表の部門をどのように設定するかは、極めて重要な問題となってくる。

すなわち、産業連関表を用いて生産誘発効果等を計算（逆行列係数を算出）する場合、部門の設定の仕方によって、通常、結果が異なるからである。

このような事実に関しては、産業連関表の創始者であるW. レオンチェフが、その著書の中で、次のように言及しているところである。

『投入・産出分析のための産業の分類は、技術的同質性を考慮することによって導かれ…中略…。統合の問題は、投入・産出行列の列とそれに対応する行の幾つかを統合することによって、行列の大きさを小さくするときに発生する。統合された行列の性質と統合されない行列の性質との関係は、統合されている部門の投入列が、統合されない行列内のどんな位置にあるかに依存している。ある理想的な条件のもとでは、もとの行列の逆行列を統合したものは、統合した行列の逆行列と一致する。これらの条件が完全にではなく、近似的に満たされるときは、いま述べた一致性は、もちろんただ近似的に実現されるに過ぎない。』（「産業連関分析」新飯田宏訳119ページ）

それでは、どのように部門を設定すれば生産波及に影響

が生じないのか、また、部門統合で注意すべき点は何か等について、以下にその概略を述べることにする。

2　部門統合の理論的側面

(1)　2部門を統合する場合

投入係数の行列を次のようなものとして、部門１及び部門２の二つの部門を統合する場合について考察を行うこととする。

$$
\begin{array}{cc}
\begin{array}{cccc} \text{部門}l & \text{部門1} & \text{部門2} & \text{部門}r \end{array} & \\
A=\left[\begin{array}{c|cc|c} P & u_1 & u_2 & R \\ \hline l_1' & a_{11} & a_{12} & r_1' \\ l_2' & a_{21} & a_{22} & r_2' \\ \hline Q & d_1 & d_2 & S \end{array}\right] & \begin{array}{l} \text{部門}l \\ \text{部門1} \\ \text{部門2} \\ \text{部門}r \end{array}
\end{array}
$$

ここで部門１及び部門２の国内生産額をそれぞれ X_1 及び X_2 とし、

$$\alpha=\frac{X_1}{X_1+X_2}\qquad \beta=\frac{X_2}{X_1+X_2}$$

と定義すれば、部門１及び部門２を統合した場合の投入係数行列は、次のような行列に表すことができる。

$$\overset{+}{A}=\left[\begin{array}{c|c|c} P & \alpha u_1+\beta u_2 & R \\ \hline l_1'+l_2' & \begin{array}{c}\alpha(a_{11}+a_{21}) \\ +\beta(a_{12}+a_{22})\end{array} & r_1'+r_2' \\ \hline Q & \alpha d_1+\beta d_2 & S \end{array}\right]$$

ここで、最終需要を次のように表すこととする。

$$F=\begin{bmatrix} F_l \\ F_1 \\ F_2 \\ F_r \end{bmatrix}\qquad \begin{array}{ll} F_l：\text{部門}l\text{に対する最終需要} & \\ F_1：\text{部門1} & 〃 \\ F_2：\text{部門2} & 〃 \\ F_r：\text{部門}r & 〃 \end{array}$$

$(I-A)^{-1}$ 型逆行列のモデルで、任意の最終需要 F に対して A と $\overset{+}{A}$ で生産誘発額が一致する場合の条件を考えてみる。

まず、部門統合を行う前の投入係数行列を用いて、最終需要 F に対する１次波及を計算する。１次波及によって誘発される各部門の国内生産額をベクトル X^1 で表せば、

$$X^1=\begin{bmatrix} X_l^1 \\ X_1^1 \\ X_2^1 \\ X_r^1 \end{bmatrix}=AF=\begin{bmatrix} PF_l+u_1F_1+u_2F_2+RF_r \\ l_1'F_l+a_{11}F_1+a_{12}F_2+r_1'F_r \\ l_2'F_l+a_{21}F_1+a_{22}F_2+r_2'F_r \\ QF_l+d_1F_1+d_2F_2+SF_r \end{bmatrix}$$

………………… ⑳

となる。

次に、部門統合を行った後の投入係数行列 $\overset{+}{A}$ を用いて、最終需要に対する１次波及を計算する。

ここで、

$$\overset{+}{F}=\begin{bmatrix} F_l \\ F_1+F_2 \\ F_r \end{bmatrix}$$

とする。

１次波及で誘発される各部門の国内生産額をベクトル $\overset{+}{X}{}^1$ で表せば、

$$\overset{+}{X}{}^1=\begin{bmatrix} \overset{+}{X}{}_l^1 \\ \overset{+}{X}{}_{1+2}^1 \\ \overset{+}{X}{}_r^1 \end{bmatrix}=\overset{+}{A}\overset{+}{F}=\begin{bmatrix} PF_l+(\alpha u_1+\beta u_2)(F_1+F_2)+RF_r \\ (l_1'+l_2')F_l+\{\alpha(a_{11}+a_{21})+\beta(a_{12}+a_{22})\}(F_1+F_2)+(r_1'+r_2')F_r \\ QF_l+(\alpha d_1+\beta d_2)(F_1+F_2)+SF_r \end{bmatrix}$$

………………… ㉑

となる。

ここで、統合の有無にかかわらず、１次波及による生産誘発額が一致する条件は、任意の F について

$$\left.\begin{array}{c} X_l^1=\overset{+}{X}{}_l^1 \\ X_1^1+X_2^1=\overset{+}{X}{}_{1+2}^1 \\ X_r^1=\overset{+}{X}{}_r^1 \end{array}\right]\qquad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ㉒$$

が成立することである。

⑳及び㉑を㉒に代入し書き換えると、$\alpha+\beta=1$ から、

$$\left.\begin{array}{c} u_1=u_2 \\ a_{11}+a_{21}=a_{12}+a_{22} \\ d_1=d_2 \end{array}\right]\qquad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ㉒'$$

となる。

これまでみてきたように、㉒’は１次波及の大きさが部門統合による変化を生じさせないための条件であるが、⑳の F 及び㉑の $\overset{+}{F}$ をそれぞれ X^1 及び $\overset{+}{X}{}^1$ に置き換えることで求められる２次波及による国内生産誘発額 X^2 及び $\overset{+}{X}{}^2$ が一致するための条件ともなり、結局、究極的な波及の大きさ（いわゆる「生産誘発額」）が一致するための条件となる。すなわち、各部門における生産誘発額が、統合によって変化しないための条

件は㉒’のとおりで、統合対象となった各部門の投入係数が、統合後の対応する部門の投入係数と一致していることである。換言すれば、生産技術構造を示す投入係数が同じである場合のみ、統合前と統合後とでは生産誘発効果に変化は生じないということになる。

我が国における産業連関表の部門は、財・サービスの種類に応じたアクティビティ・ベースの分類となっているが、上に述べた条件はこのアクティビティ・ベースの等質性が部門設定の条件であることを示したものであり、その意味では当初の部門設定の基準や原理を示すものでもある。

(2)　部門統合に伴う他部門での生産誘発における影響

次に、部門統合に伴う他部門での生産誘発における影響について考えてみることにする。ここで、他部門を特定の部門lで代表させて考えることにする。

部門lへの１次波及の大きさが、部門統合を行う前と後とで一致する条件は、前記㉒のうち、

$$X_l^1 = \overset{+}{X}{}_l^1$$

となる。これから得られる条件は、

$$u_1 = u_2$$

である。すなわち、部門統合の対象となる部門１及び部門２における部門lからの投入係数が、相互に一致している場合には、部門統合の前と後とで、任意の最終需要による部門lへの１次の生産波及効果は一致することとなる。しかし、２次以降の波及効果については、通常、統合の前と後とでは一致しない。

ここで、特に

$$u_1 = u_2 = 0 \quad 及び \quad R = 0$$

が成立する場合、すなわち、考察の対象となっている部門l以外の部門が、部門lから全く投入を行っていない場合には、部門l以外の部門をどのように統合しても、部門lに対する生産波及効果には影響が生じない。

このような関係を全体的に把握するためには、投入係数表の行部門及び列部門について、それぞれの対応関係を保ちつつその順番を入れ替えて、次のように変形する投入係数表のブロック化が有効である。

	I			II				III		IV		
I	×											
		×										
			×									
II				×								
				×	×							
				×	×	×						
				×	×	×	×					
III								×	×			
								×	×			
IV	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×

(注)×以外は、すべて０である。

このとき、ある最終需要による波及効果を、例えばグループＩにのみ注目して分析する場合には、グループII、III、IVをどのように統合しても、Ｉにおける誘発効果は一定である。IIまたはIIIのグループに関しても同様である。

また、部門統合の対象となる各部門の最終需要の相互の比率が、それぞれの国内生産額の比率と等しい場合、すなわち、

$F_1 : F_2 = X_1 : X_2 = \alpha : \beta$（なお、$\alpha + \beta = 1$）の場合には、

$$X^1 = \begin{bmatrix} PF_l + (u_1 + \dfrac{\beta}{\alpha}u_2)F_1 + RF_r \\ l_1'F_l + (a_{11} + \dfrac{\beta}{\alpha}u_{12})F_1 + r_1'F_r \\ l_2'F_l + (a_{21} + \dfrac{\beta}{\alpha}a_{22})F_1 + r_2'F_r \\ QF_l + (d_1 + \dfrac{\beta}{\alpha}d_2)F_1 + SF_r \end{bmatrix}$$

$$\overset{+}{X}{}^1 = \begin{bmatrix} PF_l + (\alpha u_1 + \beta u_2) \times (1+\dfrac{\beta}{\alpha})F_1 + RF_r \\ (l_1' + l_2')F_l + \{\alpha(a_{11} + a_{21}) + \beta(a_{12} + a_{22})\} \times (1+\dfrac{\beta}{\alpha})F_1 + (r_1' + r_2')F_r \\ QF_l + (\alpha d_1 + \beta d_2) \times (1+\dfrac{\beta}{\alpha})F_1 + SF_r \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} PF_l + (u_1 + \dfrac{\beta}{\alpha}u_2)F_1 + RF_r \\ (l_1' + l_2')F_l + \left\{(a_{11} + a_{21}) + \dfrac{\beta}{\alpha}(a_{12} + a_{22})\right\}F_1 + (r_1' + r_2')F_r \\ QF_l + (d_1 + \dfrac{\beta}{\alpha}d_2)F_1 + SF_r \end{bmatrix}$$

となり、X^1を統合したものが$\overset{+}{X}{}^1$に一致することとなる。

(3)　統合により生産波及に影響を生じさせないための条件

以上のことより、次のようなことが言える。

① 統合の対象となる各部門の投入係数が、統合後の部門の投入係数と一致している場合には、任意の最終需要に関して、その生産波及効果は完全に一致する。

② 統合の対象となる部門の、その他の特定部門からの投入係数が、部門統合の前と後とで一致している場合には、その特定部門に対する１次の生産波及効果は、任意の最終需要に関して変化しない。

③ ある特定の部門から全く投入を受けていない部門については、どのように統合しても、その特定部門に対する生産波及効果には影響が生じない。

④ 統合の対象となる各部門の最終需要の相互の比率が、それぞれの国内生産額の比率と等しい場合には、その最終需要がもたらす１次の生産波及効果はすべての対応する部門において一致する。

なお、輸入を考慮した$[I-(I-\hat{M})A]^{-1}$型逆行列のモデルで考える場合には、③を除き、統合の対象となる部門の輸入率が等しいという条件が加わる。このように、投入構造が統合の前後で変化しないという非常に特殊な場合を除き、部門の統合（あるいは部門の設定）の仕方によって生産波及・誘発に異なる結果が導かれるということを、常に念頭におく必要がある。

3 部門統合の実例

平成 17 年表を用い、実際に部門統合の影響を調べてみることにする。次の２通りの方法で、13 部門の生産誘発額（最終需要項目別）を算出し、比較を行う。

なお、逆行列係数は、$[I-(I-\hat{M})A]^{-1}$型を用いることとする。

① 190 部門で計算し、その結果 13 部門に統合する。

② 始めから 13 部門表を用いて計算する。

両者の比較結果は、第５－２表のとおりであり、内枠の中の各数字は、②の①に対する差分比率を％表示したものである。これをみると、農林水産業や鉱業部門を中心に、両者に大きな差異が生じており、部門の統合による強い影響がうかがわれる。また、各行・各列ごとに、上記比率の絶対値を①による生産誘発額のウェイトで加重平均した値（かい離度と呼ぶ）をみると、最終需要項目別では、家計外消費支出や輸出で大きな値となっている。

さらに、上記②の代わりに、

②′ 34 部門で計算し、結果を 13 部門に統合する。

②″ 108 部門で計算し、結果を 13 部門に統合する。

についても、同様に①との比較を行った結果を、最終需要項目別の乖離度のみについて示すと、第５－３表のとおりである。

4 まとめ

本節３においては、考察の便宜上 13 部門への統合を扱ったが、実際の分析では、34 部門あるいはそれ以上の部門への統合が一般的であろう。しかし、その場合でも事情は同様であると考えられる。

したがって、コンピュータ等の計算手段の発達した今日では、できる限り大きな部門数で計算したうえで、結果を統合することが望ましい。少なくとも、必要な部門数よりも一段階大きい部門の表で計算すべきであろう。特に、結果を最終需要項目別や各部門ごとに比較考察する場合は、なおさらである。ただし、本節２に示したような条件が、近似的にでも成立するような範囲内での部門統合であれば、波及効果への影響もそれほど大きなものではなく、特に特定の部門についてのみ注目して分析を行う場合には、ブロック化を行うことで、有効な部門統合を行い得ることも考えられる。

第５－２表　部門の統合に伴う生産誘発額における差異（差分比率）

（単位：%）

	家計外消費支出	民間消費支出	一般政府消費支出	国内総固定資本形成	在庫純増	輸出計	かい離度（λi*）
01 農林水産業	-62.78	-34.99	88.63	281.82	-8.60	710.07	63.51
02 鉱業	2,519.73	242.25	277.44	-67.29	-101.70	155.89	104.39
03 製造業	-3.40	12.01	11.57	-2.00	-9.17	-10.80	8.82
04 建設	12.74	-3.30	3.45	0.18	4.64	2.76	0.60
05 電力・ガス・水道	-30.57	-2.42	5.12	19.04	-7.62	-1.84	5.35
06 商業	-18.43	-0.10	4.14	1.52	2.95	0.89	1.26
07 金融・保険	-4.22	2.60	21.42	-14.56	-10.07	-6.15	5.89
08 不動産	-17.13	0.41	26.09	-9.10	-10.00	-19.03	1.38
09 運輸	-12.19	2.56	4.09	-5.51	-4.71	-1.27	3.18
10 通信・放送	6.60	-2.93	39.32	-0.89	-6.54	-19.08	6.74
11 公務	0.22	1.31	0.05	-6.50	-8.90	-8.46	0.18
12 サービス	6.56	4.19	-2.25	-10.39	9.57	-8.34	4.66
13 分類不明	0.22	3.40	15.35	-6.50	-8.91	-8.46	6.17
かい離度（λ*j）	10.35	5.13	4.63	4.12	9.93	11.13	5.94

（注）　190 部門で生産誘発額を計算・統合したものを Z_{ij}（i：産業部門、j：最終需要項目）13 部門で計算したものを Z'_{ij} とすると、

差分比率は、$\rho_{ij} = (Z'_{ij}/Z_{ij}-1)\times 100$

かい離度は、
$$\lambda_{i*} = \sum_j \left(|\rho_{ij}| \times \frac{Z_{ij}}{\sum_j Z'_{ij}} \right) \qquad \lambda_{*j} = \sum_i \left(|\rho_{ij}| \times \frac{Z_{ij}}{\sum_i Z'_{ij}} \right)$$

$$\lambda_{ij} = \sum_{ij} \left(|\rho_{ij}| \times \frac{Z_{ij}}{\sum_{ij} Z_{ij}} \right)$$

第５－３表　各統合分類での最終需要項目別のかい離度

（単位：%）

	家計外消費支出	民間消費支出	一般政府消費支出	国内総固定資本形成	在庫純増	輸出計	かい離度（λij）
ケース②　（13/190）	10.35	5.13	4.63	4.12	9.93	11.13	5.94
ケース②'（34/190）	8.96	1.31	2.78	2.86	9.95	2.69	2.34
ケース②''（108/190）	0.63	0.38	0.40	0.93	5.22	1.04	0.64